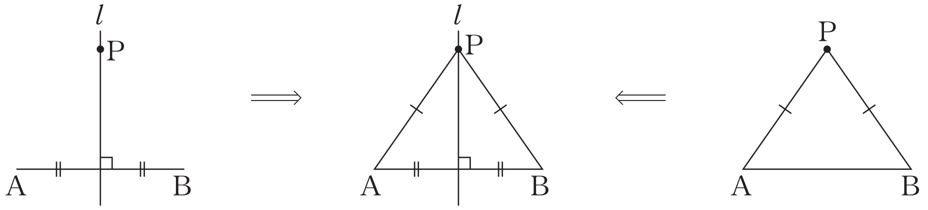
PART2 三角形の外心・内心

要点① 三角形の外心

線分 AB の垂直二等分線を l とすると，l 上の点 P は，2 点 A，B から等距離にある。
また，2 点 A，B から等距離にある点 P は，l 上にある。



上記より，次のことがいえる。

> 三角形の 3 辺の垂直二等分線は 1 点で交わる。

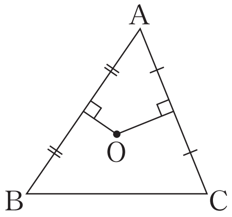
（証明）

△ABC の 2 辺 AB，AC の垂直二等分線の交点を O とすると

　　　　　　　　　　，

よって，OB＝OC より，点 O は　　　　　　　　　　　　　　　　にある。

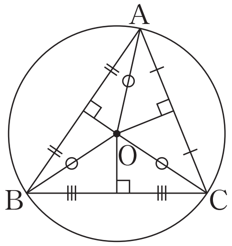
したがって，三角形の 3 辺の垂直二等分線は 1 点で交わる。



上記の証明より，△ABC の 3 辺の垂直二等分線の交点 O について

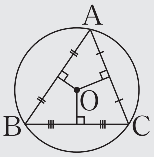
　　OA＝OB＝OC

である。よって，点 O を中心とし，三角形の 3 頂点 A，B，C を通る円をかくことができる。この円を △ABC の「　　　　　」といい，その中心 O を △ABC の「　　　」という。

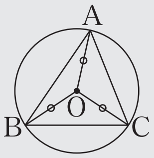


三角形の外接円と外心

三角形の 3 つの頂点を通る円はただ 1 つ存在し，その円を「外接円」，その中心を「外心」という。



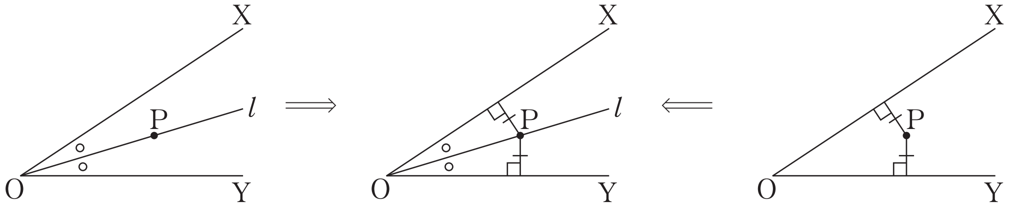
外心は 3 辺の垂直二等分線の交点



OA＝OB＝OC

要点② 三角形の内心

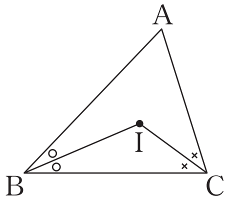
$\angle$XOY の二等分線を l とすると，l 上の点Pは，2辺 OX，OY から等距離にある。
また，2辺 OX，OY から等距離にある点Pは，l 上にある。



上記より，次のことがいえる。

> 三角形の3つの内角の二等分線は1点で交わる。

（証明）



△ABC において ∠B，∠C の二等分線の交点を I とし，I から辺 BC，CA，AB に下ろした垂線をそれぞれ ID，IE，IF とすると

　　　　　　　　，

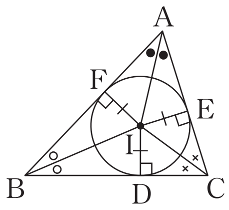
よって，IE＝IF より，点 I は　　　　　　　　　　　　　　にある。

したがって，三角形の3つの内角の二等分線は1点で交わる。

上記の証明より，△ABC の3つの内角の二等分線の交点 I について

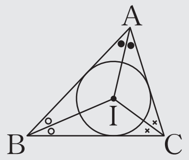
$$ID = IE = IF$$

である。これと，ID⊥BC，IE⊥CA，IF⊥AB であることから，点 I を中心とし，三角形の3辺 AB，BC，CA に接する円をかくことができる。この円を △ABC の「　　　　　」といい，その中心 I を △ABC の「　　　」という。

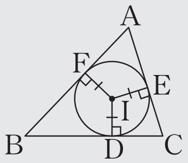


三角形の内接円と内心

三角形の3つの辺に接する円はただ1つ存在し，その円を「内接円」，その中心を「内心」という。



内心は3つの内角の二等分線の交点

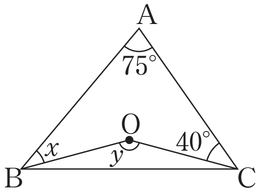


$$ID = IE = IF$$

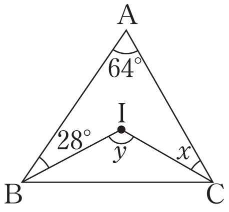
ID⊥BC，IE⊥CA，IF⊥AB

2 下の図において，点Oは △ABC の外心，点Iは △ABC の内心である。x, y の値を求めよ。

(1)



(2)

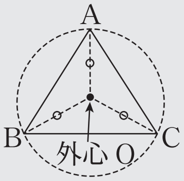


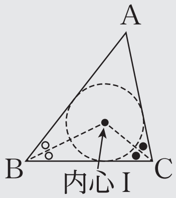
Point Pickup

三角形の外心・内心

三角形の外心 … 3辺の垂直二等分線の交点
外接円をかき，半径や円周角，中心角を意識するとよい。

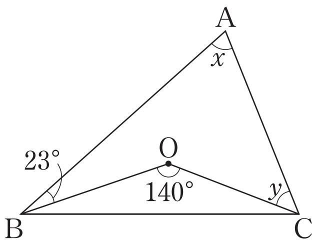
三角形の内心 … 3つの内角の二等分線の交点
角の二等分線を意識し，等しい角に注目するとよい。





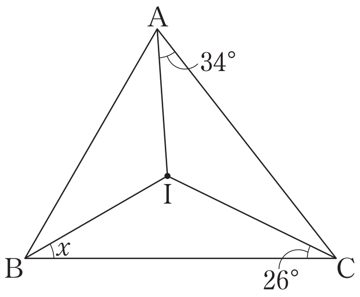
第7講 PART2 確認問題

1 次の図で，点Oは △ABC の外心である。



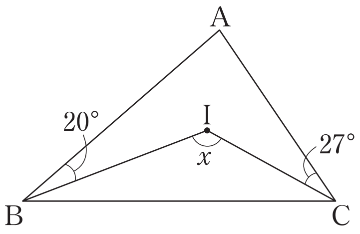
このとき，$x=$ **アイ** °，$y=$ **ウエ** ° である。

2 次の図で，点Iは △ABC の内心である。



このとき，$x=$ **オカ** ° である。

3 次の図で，点Iは △ABC の内心である。

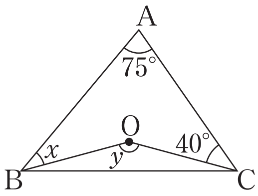


このとき，$x=$ **キクケ** ° である。

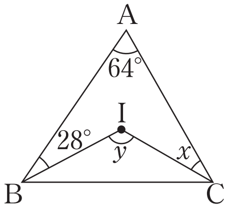
PART2 三角形の外心・内心

2 下の図において，点Oは△ABCの外心，点Iは△ABCの内心である。x, y の値を求めよ。

(1)



(2)



[解答]

(1)　$x = 75° - 40° = 35°$

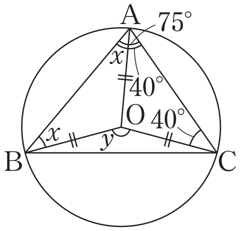
$y = \angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 75° = 150°$

(2)　$2x + 2 \times 28° + 64° = 180°$　　　$x = 30°$

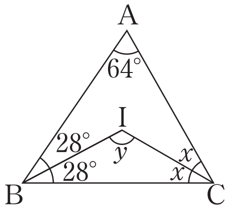
$y = 180° - (28° + 30°) = 122°$

(参考図)

(1)



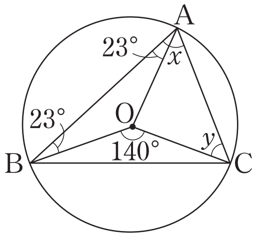
(2)



第 7 講　PART2 確認問題 解答

1 **[正解]** アイ：70，ウエ：47

[解説]



外心 O は △ABC の外接円の中心であるから，[A]

$$x = \frac{1}{2}\angle \mathrm{BOC} \quad \text{[B]}$$

$$= \frac{1}{2}\times 140^\circ = \mathbf{70}^\circ$$

また，△OAB，△OAC は二等辺三角形であるから

$$\angle \mathrm{OAB} = \angle \mathrm{OBA} = 23^\circ$$

$$\angle \mathrm{OAC} = \angle \mathrm{OCA} = y$$

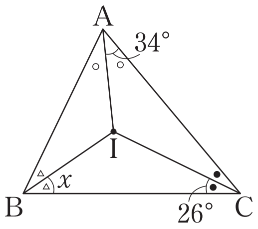
$$y = \angle \mathrm{OAC} = 70^\circ - 23^\circ = \mathbf{47}^\circ$$

[A]　三角形の外心
3 辺の垂直二等分線の交点。
外接円をかき，半径や円周角，中心角を意識するとよい。

[B]　円周角は，中心角の $\frac{1}{2}$ である。

2 [正解] オカ：30

[解説]



点 I は内心であるから，AI，BI，CI はそれぞれの内角の二等分線である。 [C]

三角形の内角の和は 180° であるから，

$2x+34°\times2+26°\times2=180°$

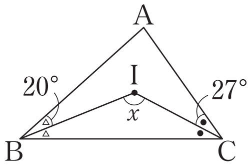
$2x+120°=180°$

$x=\mathbf{30°}$

> [C]　三角形の内心
> 3 つの内角の二等分線の交点。
> 角の二等分線を意識し，等しい角に注目するとよい。

3 [正解] キクケ：133

[解説]



BI，CI はそれぞれ内角の二等分線であるから， [D]

$\angle IBC=20°$

$\angle ICB=27°$

△IBC の内角の和を考えて，

$\angle x=180°-(20°+27°)$

$=\mathbf{133°}$

> [D]　三角形の内心
> 3 つの内角の二等分線の交点。
> 角の二等分線を意識し，等しい角に注目するとよい。